Clasa a IX-a – 2019
Concurs matematică „IOAN MARIŞ”
Ediţia a X-a
CUGIR

1. Să se determine raţia şi primul termen ale unei progresii aritmetice pentru care $a_5 = 18$ şi $S_n = \frac{1}{4} \cdot S_{2n}$ unde S_n este suma primilor *n* termeni ai progresiei.

$\boxed{A}$ $a_1 = 3, r = 4$ $\boxed{B}$ $a_1 = 1, r = 4$ $\boxed{C}$ $a_1 = 2, r = 3$ $\boxed{D}$ $a_1 = 2, r = 1$ $\boxed{E}$ $a_1 = 2, r = 4$ $\boxed{F}$ $a_1 = 3, r = 4$

2. Dacă [α] reprezintă partea întreagă a lui α R, să se rezolve ecuaţia:

$\left[\frac{x+1}{3}\right] = \frac{x-1}{2}$, precizându-se în care din următoarele intervale se află soluţia

$\boxed{A}$ $(2, 3) \cup [4, 7]$ $\boxed{B}$ $(2, 3) \cup [4, 7] \cup [8, \infty)$ $\boxed{C}$ $(0, 4) \cup [5, 12]$
$\boxed{D}$ $(-2, 2) \cup [3, 7] \cup [8, \infty)$ $\boxed{E}$ $(-1, 3) \cup [5, 7]$ $\boxed{F}$ $(0, 2) \cup [3, 7] \cup [8, \infty)$

3. Să se calculeze *f* ((1,4]) pentru funcţia de gradul al doilea definită prin $f(x) = x^2 - 4 \cdot x + 2$. Valoarea rezultată aparţine intervalului:

$\boxed{A}$ $(-2, 3)$ $\boxed{B}$ $[4, 10]$ $\boxed{C}$ $(1, 7)$ $\boxed{D}$ $(-4, 4)$ $\boxed{E}$ $(-3, 2]$ $\boxed{F}$ $[0, \infty)$

4. Să se rezolve inecuaţia $\frac{2}{x-3} + \frac{3}{x+3} \le \frac{1}{2 \cdot (x+2)}$. Soluţia se află în intervalul:

$\boxed{A}$ $(-\infty, 4)$ $\boxed{B}$ $[2, \infty)$ $\boxed{C}$ $(-\infty, -3) \cup [-2, 4]$
$\boxed{D}$ $[3, 4] \cup [7, \infty)$ $\boxed{E}$ $(-1, 2) \cup [3, 4]$ $\boxed{F}$ $(-2, 0) \cup [1, 4] \cup [6, \infty)$

5. Fie mulţimea $A = \{x \in R / 3 \cdot x^2 + m \cdot x - 22 = 0\} \cap \{x \in R / x^2 - (m+4) \cdot x + 14 = 0\} \ne \varnothing$. Atunci, valorile lui $m \in R$, se află în intervalul:

$\boxed{A}$ $(-3, 6)$ $\boxed{B}$ $[-20, 10]$ $\boxed{C}$ $(-15, 17)$ $\boxed{D}$ $(-25, 25)$ $\boxed{E}$ $\varnothing$ $\boxed{F}$ $[-2, \infty)$

6. Să se determine valorile lui $m \in R$, astfel ca rădăcinile x_1 şi x_2 ale ecuaţiei $x^2 - (3 \cdot m - 2) \cdot x + m + 1 = 0$ să satisfacă relaţia $4 \cdot x_1 - x_1 \cdot x_2 + 3 \cdot x_2 = 0$

$\boxed{A}$ $m = -3$ $\boxed{B}$ $m = 3$ $\boxed{C}$ $m \in \varnothing$ $\boxed{D}$ $m \in R$ $\boxed{E}$ $\varnothing$ $\boxed{F}$ $m \in Z$

7. Fie ecuaţia: $3 \cdot m \cdot x^2 + (2 \cdot m + 1) \cdot x + m + 1 = 0$, cu $m \in R$, ale cărei rădăcini sunt x_1 şi x_2. Să se determine o relaţie independentă de m între rădăcinile ecuaţiei.

$\boxed{A}$ $x_1 + x_2 - 2 \cdot x_1 \cdot x_2 = 1$ $\boxed{B}$ nu există $\boxed{C}$ $x_1 + x_2 - 2 \cdot x_1 \cdot x_2 = 1$
$\boxed{D}$ $x_1 + x_2 + 2 \cdot x_1 \cdot x_2 = 1$ $\boxed{E}$ $x_1 + x_2 + x_1 \cdot x_2 = -\frac{1}{3}$ $\boxed{F}$ $x_1 + x_2 - 3 \cdot x_1 \cdot x_2 = 1$

8. Fie funcţia de gradul al doilea $f_m(x)=m\cdot x^2-(2\cdot m-1)\cdot x+m-1$, $m\neq 0$. Să se determine m astfel încât vârful parabolei asociate acestei funcţii să se găsească pe prima bisectoare. Intervalul în care se află m, este:

$\boxed{A}\ (-1,1)$ $\boxed{B}\ [-2,1]$ $\boxed{C}\ (0,1)$ $\boxed{D}\ (-2,2)$ $\boxed{E}\ \varnothing$ $\boxed{F}\ [-6,\infty)$

9. Să se determine $p,q\in R$ ştiind că funcţia $f:R\to R$, $f(x)=-x^2+p\cdot x+q$ are maximul 4 în $x=-1$.

$\boxed{A}\ p=3, q=2$ $\boxed{B}\ p=-3, q=2$ $\boxed{C}\ p=-2, q=2$
$\boxed{D}\ p=-3, q=-2$ $\boxed{E}\ p=2, q=-2$ $\boxed{F}\ p=-2, q=3$

10. Fie $(\{x_k, y_k\}/k=\overline{1,n})$ mulţimea soluţiilor reale ale sistemului: $\begin{cases} x^2+y^2+x+y=8 \\ x^2\cdot y^2+x\cdot y=6 \end{cases}$. Să se calculeze $\sum_{k=1}^{n} x_k$

$\boxed{A}\ -3$ $\boxed{B}\ 3$ $\boxed{C}\ 4$ $\boxed{D}\ -2$ $\boxed{E}\ -4$ $\boxed{F}\ -2+\sqrt{2}$

11. Mulţimea valorilor lui $m\in R$ pentru care $(m-1)\cdot x^2+(m-1)\cdot x+m-3<0$, $\forall x\in R$ este:

$\boxed{A}\ (-\infty,1)$ $\boxed{B}\ [-3,1]$ $\boxed{C}\ (-2,1)$ $\boxed{D}\ (1,\infty)$ $\boxed{E}\ \varnothing$ $\boxed{F}\ \left[\frac{11}{3},\infty\right)$

12. Fie punctele $A(1,1)$, $B(3,-5)$, $C(p,2)$ şi $D(-1,q)$. Să se determine $p,q\in R$, astfel încât punctele A, B, C şi D să fie coliniare.

$\boxed{A}\ p=\frac{3}{2}, q=7$ $\boxed{B}\ p=-\frac{3}{2}, q=7$ $\boxed{C}\ p=-2, q=\frac{7}{3}$
$\boxed{D}\ p=3, q=-\frac{2}{3}$ $\boxed{E}\ p=\frac{2}{3}, q=-7$ $\boxed{F}\ p=\frac{2}{3}, q=7$

13. Unghiul format de vectorii $\vec{u}=2\cdot\vec{i}-5\cdot\vec{j}$ şi $\vec{v}=5\cdot\vec{i}+2\cdot\vec{j}$ este:

$\boxed{A}\ \frac{\pi}{3}$ $\boxed{B}\ \frac{\pi}{2}$ $\boxed{C}\ \frac{\pi}{12}$ $\boxed{D}\ \frac{\pi}{4}$ $\boxed{E}\ \frac{\pi}{6}$ $\boxed{F}\ \frac{\pi}{8}$

14. În triunghiul ascuţitunghic ABC au loc relaţiile: $\sin\hat{B}=\frac{1}{2}\cdot\sqrt{2+\sqrt{2}}$ şi $\sin\hat{C}=\frac{1}{2}\cdot\sqrt{2-\sqrt{2}}$. Să se calculeze $\sin(\hat{B}-\hat{C})$.

$\boxed{A}\ \frac{1}{2}$ $\boxed{B}\ \frac{\sqrt{2}}{4}$ $\boxed{C}\ \frac{\sqrt{2}}{2}$ $\boxed{D}\ \frac{\sqrt{2}}{8}$ $\boxed{E}\ 2\cdot\sqrt{2}$ $\boxed{F}\ \frac{2+\sqrt{2}}{16}$

15. Un triunghi *ABC* cu lungimile laturilor 13, 14, 15 are vârful *A* opus laturii de mărime mijlocie. Cărui interval îi aparţine valoarea lui $tg\frac{\hat{A}}{2}$?

$\boxed{A}\ (-2,1)$ $\boxed{B}\ \left[\frac{1}{2},1\right]$ $\boxed{C}\ \left(0,\frac{1}{2}\right)$ $\boxed{D}\ (1,3)$ $\boxed{E}\ [1,2]$ $\boxed{F}\ [2,3)$

NOTĂ: Toate subiectele sunt obligatorii;
Răspunsurile pot fi multiple, iar un răspuns în totalitate corect este notat cu 0,6 puncte;
În căsuţele din grilă se completează cu X răspunsul sau răspunsurile corecte, după caz;
Nota finală se obţine înmulţind răspunsurile corecte cu 0,6, la care se adaugă 1 punct din oficiu;
Timp de lucru efectiv: 180 minute.

Clasa a X-a - 2019
Concurs matematică „IOAN MARIŞ”
Ediţia a X-a
CUGIR

1. Soluţia ecuaţiei $x \cdot (1-\lg 5) = \lg\left(2^x + x - 1\right)$ se află în intervalul:

$\boxed{A}\ (0,1)$ $\boxed{B}\ (0,3)$ $\boxed{C}\ (-1,1)$ $\boxed{D}\ [1,4]$ $\boxed{E}\ (1,2]$ $\boxed{F}\ [-2,\infty)$

2. Fie $\left(\{x_k, y_k\} / k = \overline{1,n}\right)$ mulţimea soluţiilor reale ale sistemului $\begin{cases} 2^x \cdot 5^y = 250 \\ 2^y \cdot 5^x = 40 \end{cases}$. Valoarea $\sum_{k=1}^{n} \left(x_k \cdot y_k\right)$ este în intervalul

$\boxed{A}\ (-\infty,3)$ $\boxed{B}\ [-2,1]$ $\boxed{C}\ (-3,3)$ $\boxed{D}\ (2,\infty)$ $\boxed{E}\ [-4,0]$ $\boxed{F}\ [3,\infty)$

3. Mulţimea soluţiilor inecuaţiei $\log_{2019}\left(\log_{\frac{1}{4}}\left(\log_4 x\right)\right) \geq 0$ este inclusă în intervalul

$\boxed{A}\ (1,4)$ $\boxed{B}\ \left[\frac{3}{2},\infty\right)$ $\boxed{C}\ (-\infty,0) \cup \left[-1,\sqrt{2}\right]$

$\boxed{D}\ [-1,1] \cup \left[\sqrt{7},2\right)$ $\boxed{E}\ (-1,2) \cup [4,8]$ $\boxed{F}\ (-1,0) \cup \left[1,\frac{6}{5}\right] \cup [2,\infty)$

4. Valoarea lui $(1-\alpha)\cdot\left(1-\alpha^2\right)\cdot\left(1-\alpha^4\right)\cdot\left(1-\alpha^5\right)\cdot\left(1-\alpha^7\right)\cdot\left(1-\alpha^8\right)$, unde $\alpha \in C \setminus R$ şi $\alpha^3 = 1$, este cuprinsă în mulţimea

$\boxed{A}\ (-1,1)$ $\boxed{B}\ [20,30]$ $\boxed{C}\ (10,\infty)$ $\boxed{D}\ R$ $\boxed{E}\ [1,2]$ $\boxed{F}\ [3,5)$

5. Mulţimea soluţiilor reale ale ecuaţiei $\sqrt{x^2 - 4 \cdot x + 4} + \sqrt{x^2 + 4 \cdot x + 4} = 2 \cdot x$ este inclusă în

$\boxed{A}\ (-\infty,2)$ $\boxed{B}\ [-2,2]$ $\boxed{C}\ (-2,\infty)$ $\boxed{D}\ \varnothing$ $\boxed{E}\ [2,4]$ $\boxed{F}\ [2,\infty)$

6. Se consideră binomul $\left(\sqrt[3]{x} - x \cdot \sqrt{x}\right)^{11}$. Coeficientul termenului care-l conţine pe x^6 este:

$\boxed{A}\ 50$ $\boxed{B}\ -50$ $\boxed{C}\ 55$ $\boxed{D}\ 45$ $\boxed{E}\ -20$ $\boxed{F}\ 33$

7. Valoarea expresiei $E = \left(\frac{1+i}{1-i}\right)^{2019} + \left(\frac{1-i}{1+i}\right)^{2019}$ este

$\boxed{A}\ 2 \cdot i$ $\boxed{B}\ -2 \cdot i$ $\boxed{C}\ 2$ $\boxed{D}\ 0$ $\boxed{E}\ -2$ $\boxed{F}\ 1$

8. Determinaţi mulţimea A a valorilor lui $x \in R$, pentru care $C_{10}^{x-1} > 2 \cdot C_{10}^{x}$

$\boxed{A}\ A = (2,11)$ $\boxed{B}\ A = \{7,8,9\}$ $\boxed{C}\ A = \{3,4,5\}$ $\boxed{D}\ A = \{5,6,7\}$ $\boxed{E}\ A = \{8,9,10\}$ $\boxed{F}\ \varnothing$

9. Suma $S=\frac{1}{2!}+\frac{2}{3!}+\frac{3}{4!}+...+\frac{2019}{2020!}$ aparţine mulţimii:

$\boxed{A}\,(0,1)$ $\boxed{B}\left[\frac{1}{2020},\frac{1}{2019}\right]$ $\boxed{C}\,(2019,2020)$ $\boxed{D}\,(-2020,2020)$ $\boxed{E}\,[2,\infty)$ $\boxed{F}\,[0,2)$

10. Ecuaţia $\left(5+\sqrt{24}\right)^{\sqrt{x+1}}+\left(5-\sqrt{24}\right)^{\sqrt{x+1}}=98$ are mulţimea soluţiilor:

$\boxed{A}\{-3,3\}$ $\boxed{B}\{\sqrt{3},3\}$ $\boxed{C}\{3\}$ $\boxed{D}\left\{\frac{1}{3},3\right\}$ $\boxed{E}\{-3\}$ $\boxed{F}\ A=\{8\}$

11. Să se rezolve ecuaţia $C_{3n+4}^{n^2+2n-4}=210$. Soluţiile se află incluse în mulţimea

$\boxed{A}\{3,4,5\}$ $\boxed{B}\{2,3\}$ $\boxed{C}\{3\}$ $\boxed{D}\{2,6,8\}$ $\boxed{E}\{0,1,2\}$ $\boxed{F}\{1,3\}$

12. Se consideră în plan punctele $A(0,0)$, $B(2,0)$ şi dreapta de ecuaţie $d: x-2\cdot y+10=0$. Valoarea minimă a sumei $S(M)=MA+MB$, când punctul M parcurge dreapta d este:

$\boxed{A}\frac{1}{4}$ $\boxed{B}\frac{\sqrt{3}}{2}$ $\boxed{C}\frac{\sqrt{10}}{2}$ $\boxed{D}\frac{\sqrt{3}}{4}$ $\boxed{E}5\cdot\sqrt{2}$ $\boxed{F}\ 10$

13. Numărul $arctg\frac{1}{3}+arctg\frac{1}{5}+arctg\frac{1}{7}+arctg\frac{1}{8}$ este:

$\boxed{A}\frac{\pi}{8}$ $\boxed{B}\frac{\pi}{2}$ $\boxed{C}\frac{3\cdot\pi}{8}$ $\boxed{D}\frac{5\cdot\pi}{8}$ $\boxed{E}\frac{\pi}{4}$ $\boxed{F}\frac{3\cdot\pi}{4}$

14. Mulţimea tuturor soluţiilor ecuaţiei $2\cdot\cos^2 x-11\cdot\cos x+5=0$ este:

$\boxed{A}\,2k\pi-\frac{\pi}{3}, k\in Z$ $\boxed{B}\,2k\pi\pm\frac{\pi}{4}, k\in Z$ $\boxed{C}\,2k\pi\pm\frac{\pi}{3}, k\in Z$

$\boxed{D}\ \varnothing$ $\boxed{E}\,2k\pi+(-1)^k\cdot\frac{\pi}{4}, k\in Z$ $\boxed{F}\,2k\pi+\frac{\pi}{4}, k\in Z$

15. Să se determine unghiurile $\widehat{A}$ şi $\widehat{C}$ ale triunghiului ABC, dacă $a=\sqrt{2}$, $b=2$ şi $\widehat{B}=\frac{\pi}{4}$

$\boxed{A}\,\widehat{A}=\frac{\pi}{4}, \widehat{C}=\frac{\pi}{2}$ $\boxed{B}\,\widehat{A}=\frac{\pi}{6}, \widehat{C}=\frac{7\pi}{12}$ $\boxed{C}\,\widehat{A}=\frac{\pi}{3}, \widehat{C}=\frac{5\pi}{12}$

$\boxed{D}\,\widehat{A}=\frac{7\pi}{12}, \widehat{C}=\frac{\pi}{6}$ $\boxed{E}\,\widehat{A}=\frac{5\pi}{12}, \widehat{C}=\frac{\pi}{3}$ $\boxed{F}\,\widehat{A}=\frac{\pi}{2}, \widehat{C}=\frac{\pi}{4}$

NOTĂ: Toate subiectele sunt obligatorii;
Răspunsurile pot fi multiple, iar un răspuns în totalitate corect este notat cu 0,6 puncte;
În căsuţele din grilă se completează cu X răspunsul sau răspunsurile corecte, după caz;
Nota finală se obţine înmulţind răspunsurile corecte cu 0,6, la care se adaugă 1 punct din oficiu;